



# Fading Simulation Assignment

石政修

# Codes v.s. doc

The quadrature and in-phase component for simulation on the doc is

$$X_i(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \cos \beta_n \cos \omega_n t + \sqrt{2} \cos \alpha \cos \omega_m t$$
$$X_q(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \sin \beta_n \cos \omega_n t + \sqrt{2} \sin \alpha \cos \omega_m t$$

However, the code is

```
temp_re = ( 2*cbeta*CC + cos(wm*i+inphase(1)) )/sqrt(2*(N0+0.5));  
temp_im = ( 2*sbeta*CC + cos(wm*i+inphase(1)) )/sqrt(2*(N0+0.5));
```

# Codes v.s. doc

這是因為當參數的選擇如下，可以求得兩分量的平均功率

$$\beta_n = \frac{\pi n}{N_0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{result in}$$
$$\overline{X_i^2} = \overline{X_q^2} = N_0 + 0.5, \quad \overline{X_i X_q} = 0.5$$

此時基頻等效脈衝響應的平均功率是  $P_h = \sqrt{P_i^2 + P_q^2} = \sqrt{2(N_0 + 0.5)}$ 。

而我們為了**使得平均功率能等於1**，可以將分量的功率都乘以  $\frac{1}{P_h}$  倍。

Ps. 程式碼中的Inphase函數是為了multipath時，能產生獨立的gain (p.12)

Is channel a constant during a GSM symbol when vehicle velocity = 30, 90, and 120 km/hr ?

GSM symbol rate is

$$R_s = 270,833 \text{ bits/s}$$

Symbol period is

$$T_s = \frac{1}{R_s} = 3.692 \mu\text{s}$$

For  $f_c = 900\text{MHz}$ , we can compute coherence time by

$$T_c = \frac{0.423}{f_{d,\max}} = \frac{0.423}{\frac{v}{c} f_c}$$

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{v}{c} f_c \cos \theta$$

Is channel a constant during a GSM symbol when vehicle velocity = 30, 90, and 120 km/hr ?

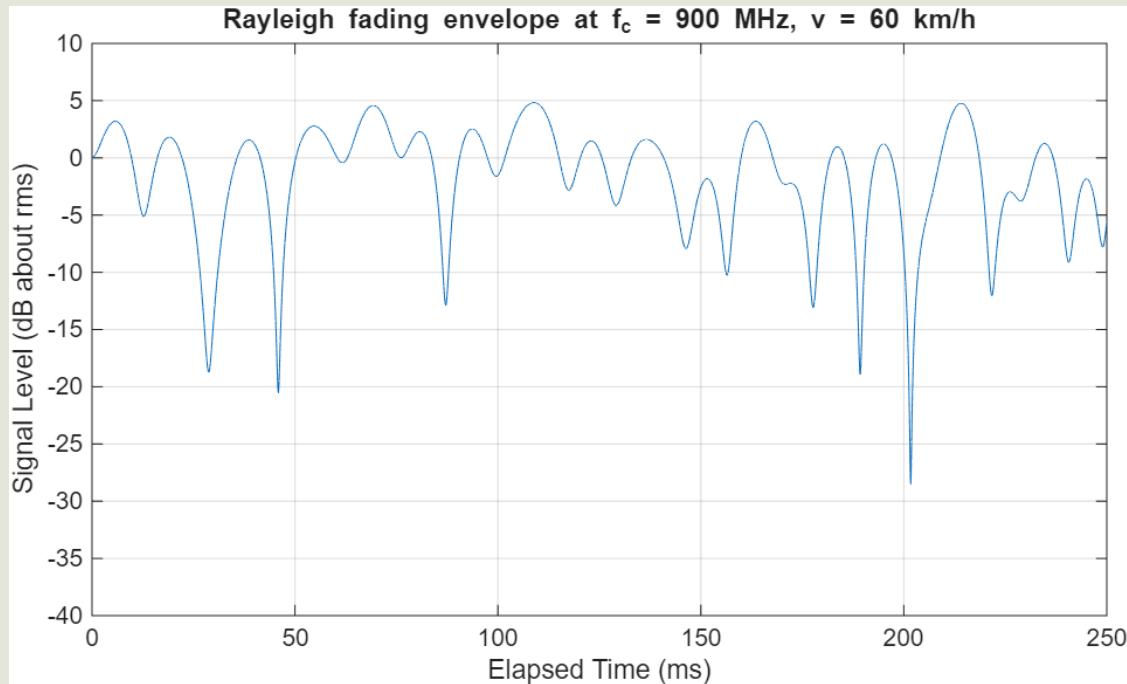
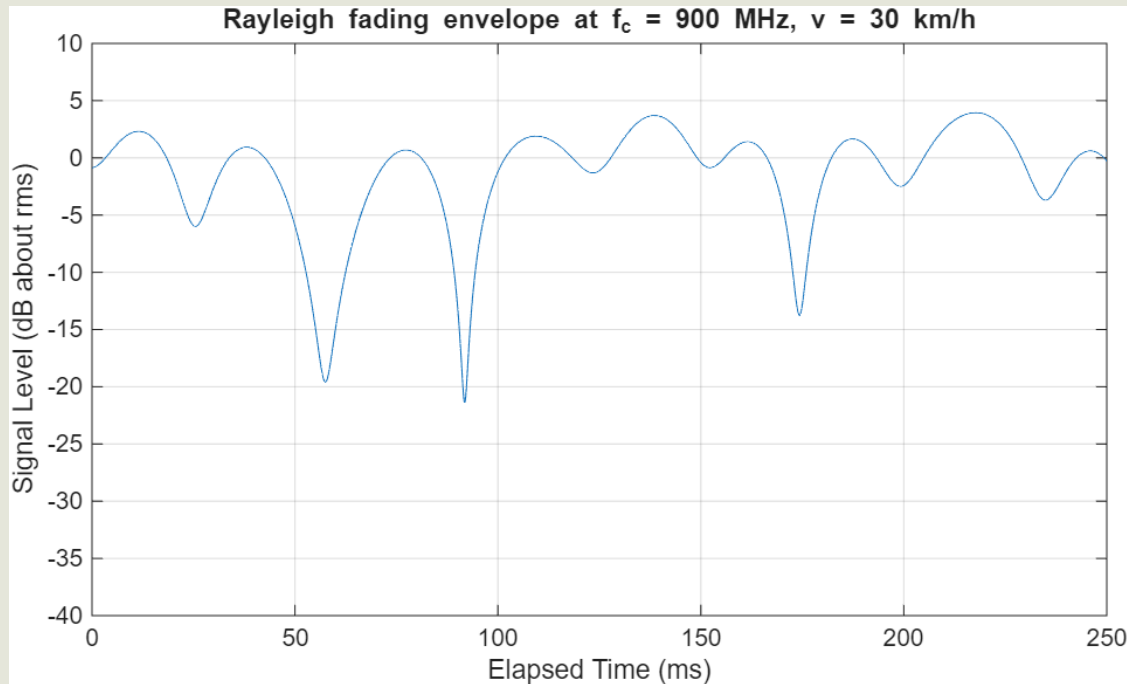
After simplify

$$T_c[s] = \frac{0.5076}{v[km/hr]}$$

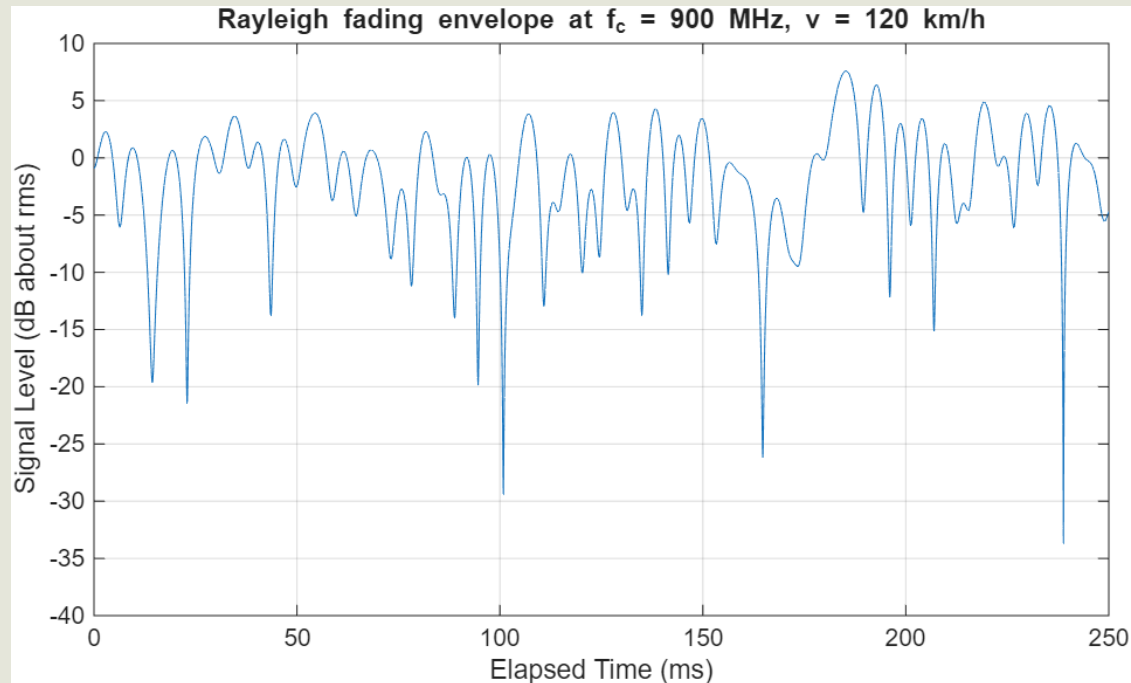
v[km/hr]	Tc[ms]
30	16.9
90	5.64
120	4.23

因此可以發現不論是哪一個速度，GSM的符號週期都遠小於通道的 coherence time ( $3.692 \mu s$ )，因此這是一個slow fading，也就是說通道對於 GSM系統，在時域可以視為常數。

# Plot the Fading Coefficients

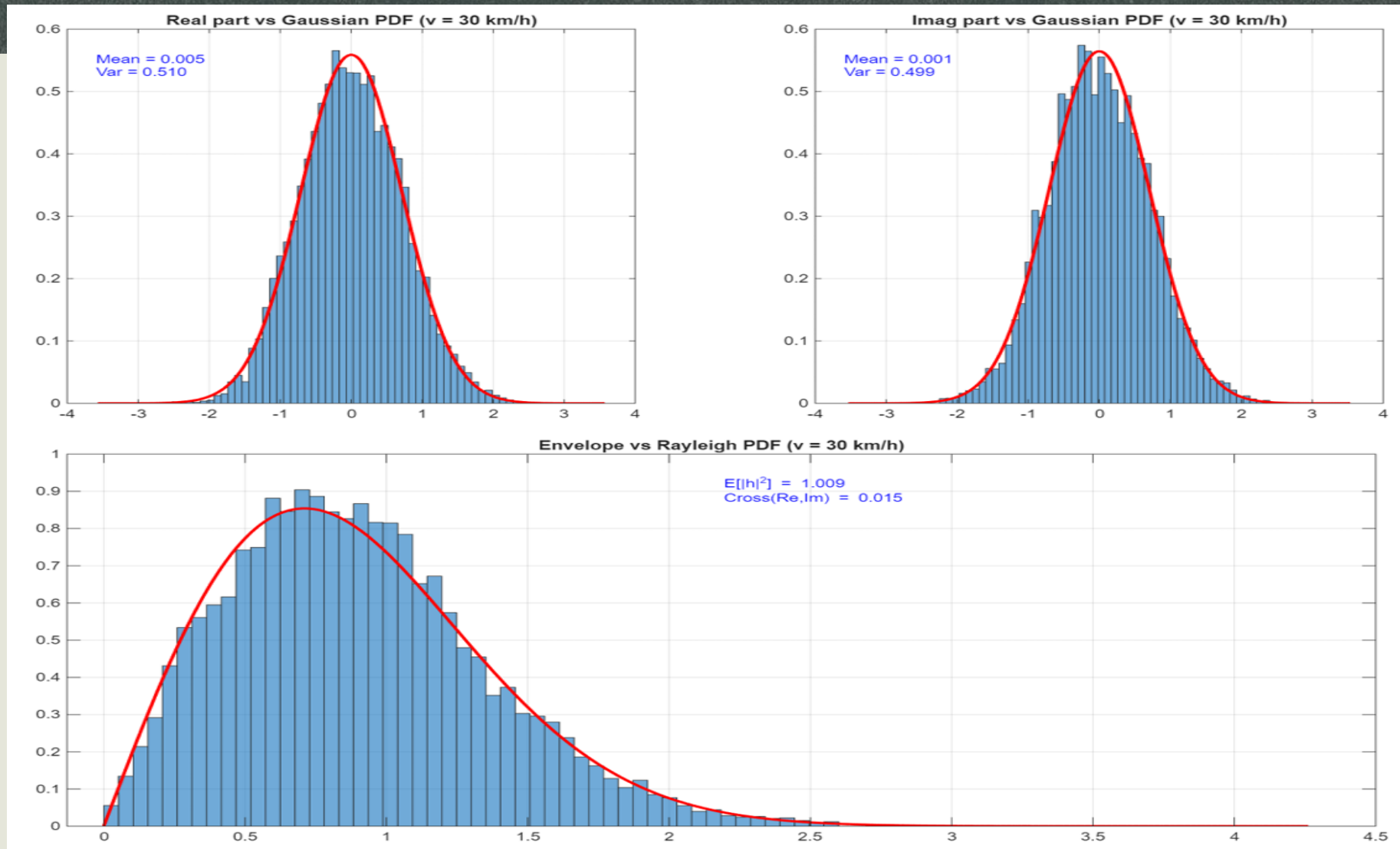


# Plot the Fading Coefficients

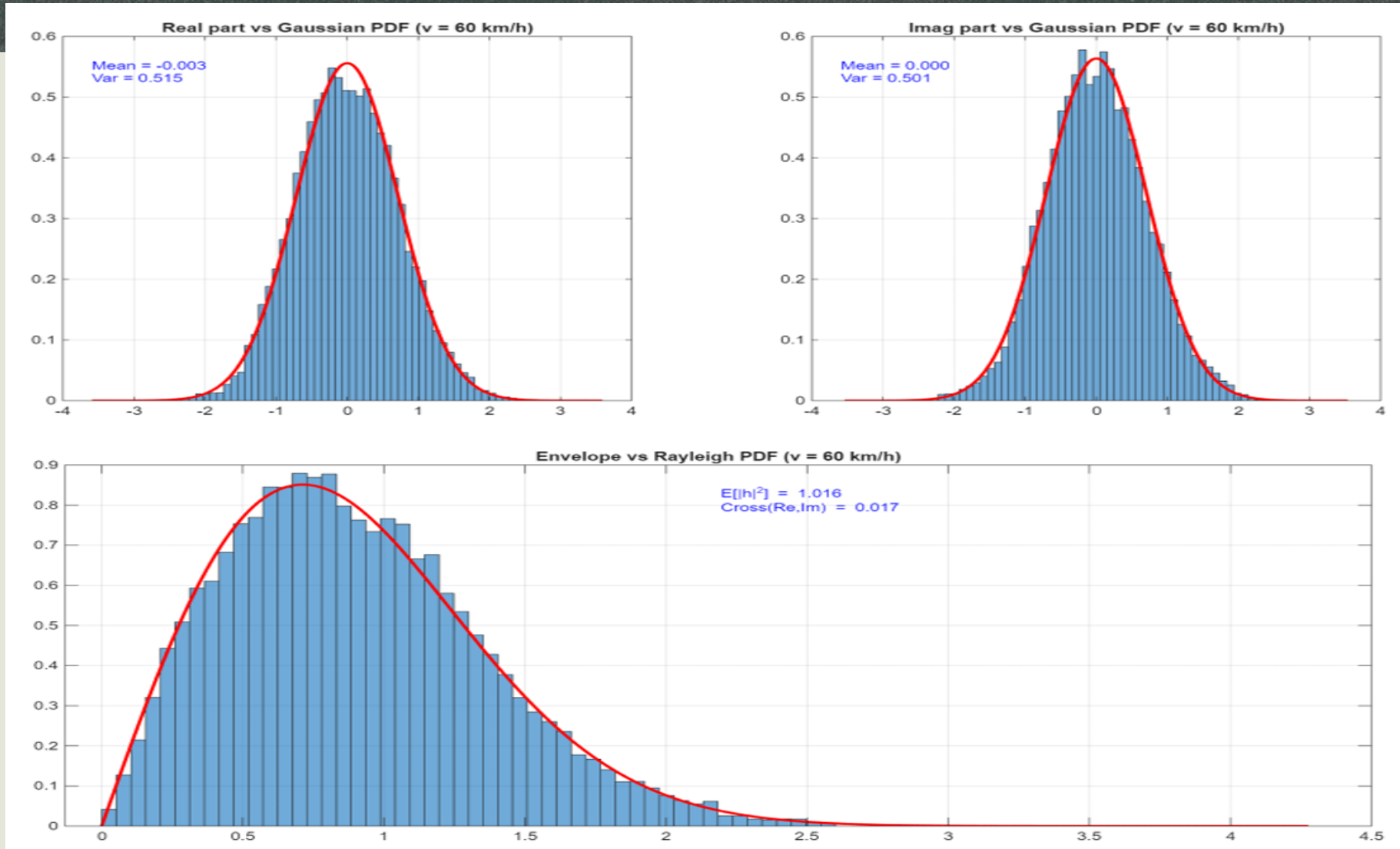


可發現時速120公里的通道衰落最快，因為coherence time最短，符合預期。

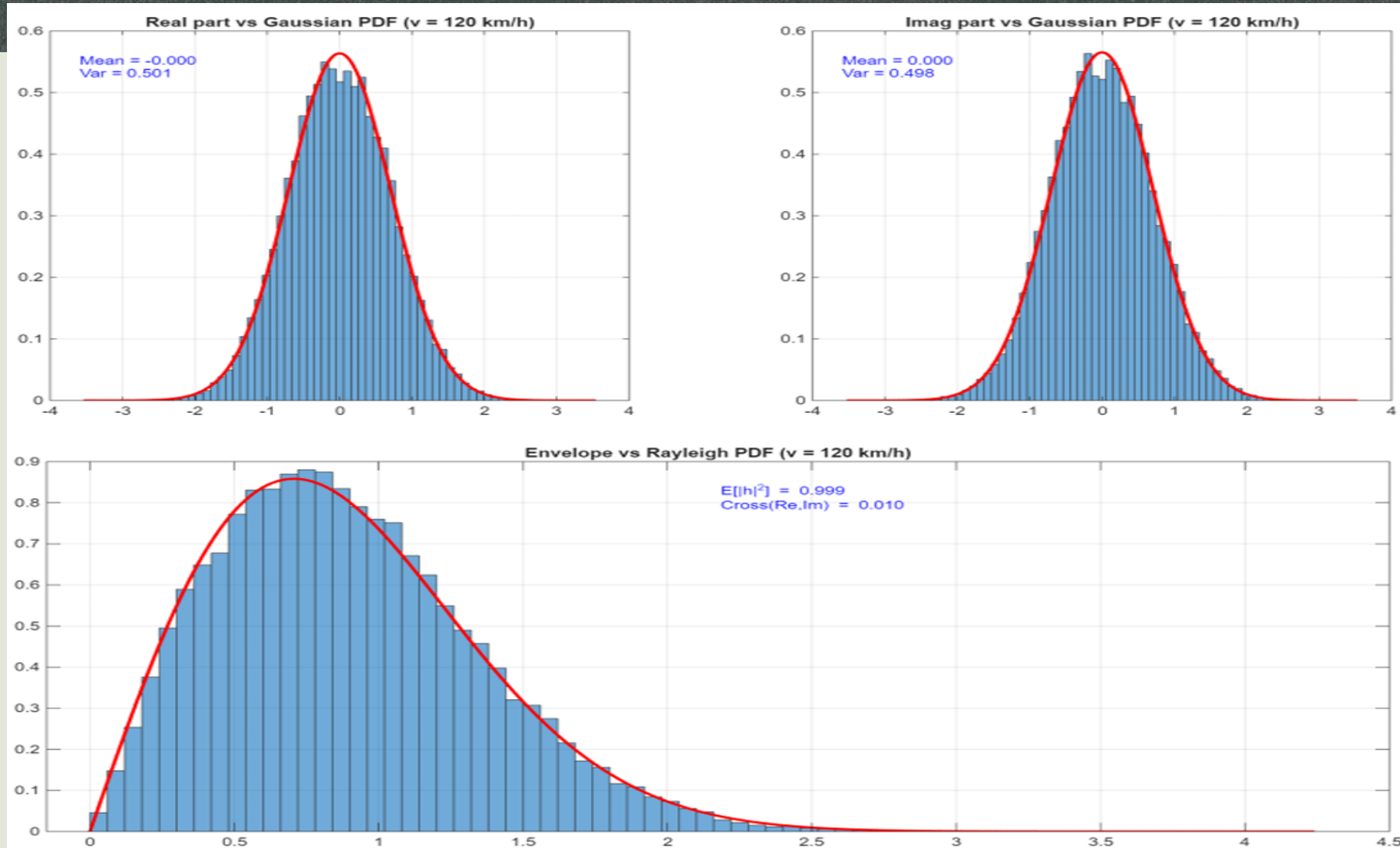
# Plot the Histograms at $v=30\text{km/hr}$



# Plot the Histograms at $v=60\text{km/hr}$



# Plot the Histograms at $v=120\text{km/hr}$



可以發現都有匹配。

此外，當移動速度越快，模擬值和理論值會越靠近，這是因為：

當移動速度越快  
⇒  $T_c$  越小 (成反比)  
⇒ channel 變化越快  
⇒ 相鄰樣本差異越大  
⇒ 在同樣的樣本數量裡，能得到的獨立資訊量更多。

# How to verify the generated is correct ?

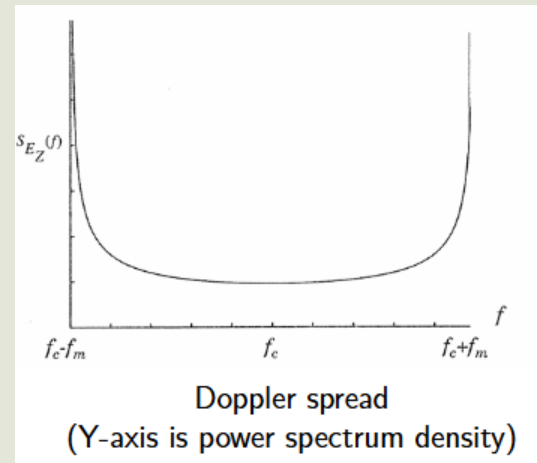
a. 檢查Envelope distribution是否是Rayleigh distribution。

b. 檢查頻譜 $S(f)$ 是否滿足“U”形狀:

或者等價的，

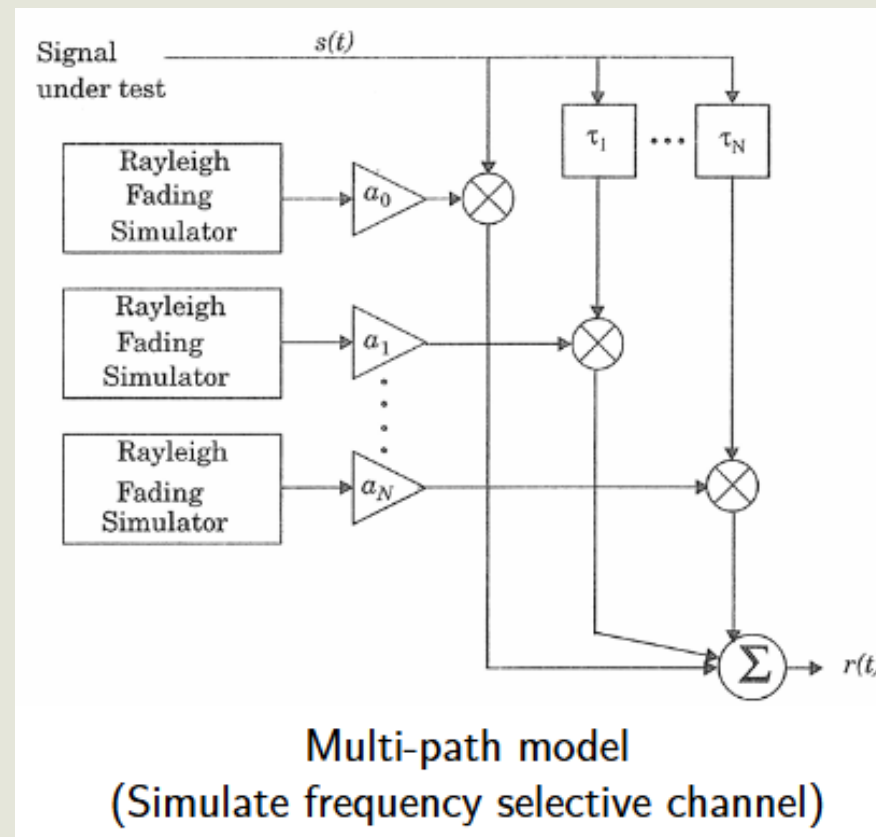
可以檢查自相關函數 $R(\tau)$ :

$$R_y(\tau) \approx J_0(\omega_m \tau)$$



$$\left[ 1 - \left( \frac{f - f_c}{f_m} \right) \right]^{-1/2}$$

# Generate a Multipath Fading Channel



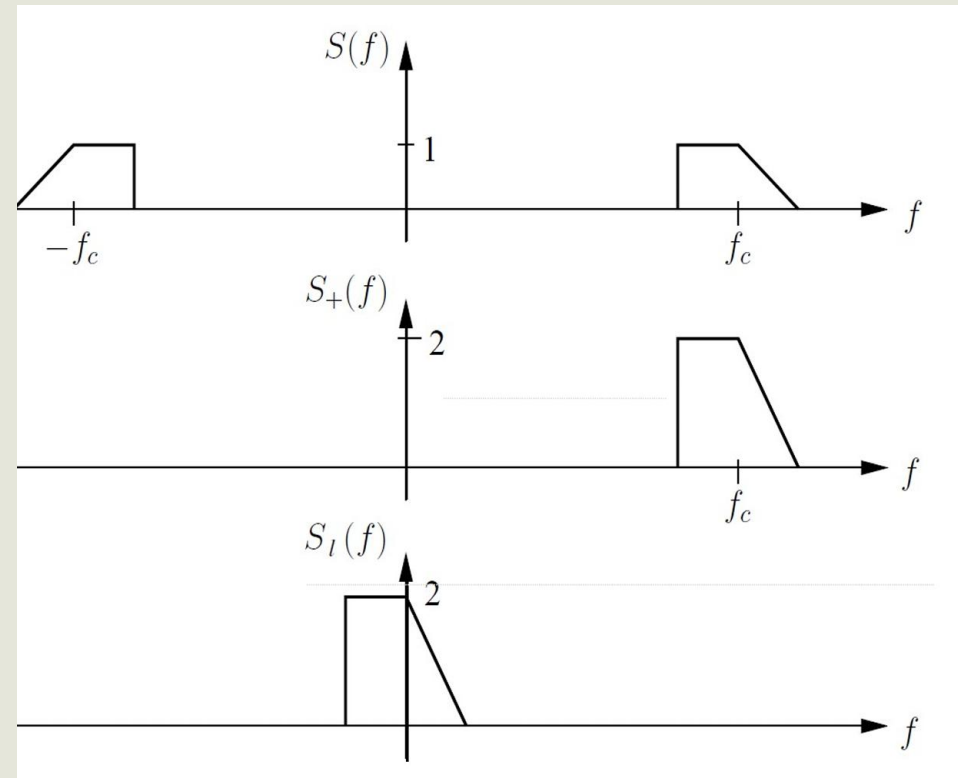
# Are the fading coefficients real or complex?

是複數值。

程式碼中寫:

`fade_coeff = temp_re+j*temp_im`。

這是因為fading coefficients就是**基頻等效脈衝響應**，而基頻等效的頻譜一般來說不滿足Hermitian對稱，所以轉換回時域後會是複數值。



# Generate Rayleigh by $Z=X+jY$ method ?

If  $Z=X+jY$  where  $X$  and  $Y$  are i.i.d. Gauss ian random variable, then  $|Z|$  is Rayleigh.

不能選擇這個方法是因為這樣雖然可以讓振幅滿足Rayleigh分布，然而對於一個真實的無線通道，頻譜也需要滿足下式，也就是所謂的“U”型頻譜，因為這才符合都卜勒效應。

$$\left[ 1 - \left( \frac{f - f_c}{f_m} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

或者等價地說，採用兩個獨立高斯的方法，得到的自相關函數會是delta函數(即通道變成“white”了)，然而一個真實的無線通道，是有時間差相關性的，自相關函數應該如下：

$$R_y(\tau) \approx J_0(\omega_m \tau)$$

# Physical Meaning of $E(X^2)$ ( $|X|$ 是Rayleigh)

$$X = A + jB$$
$$\Rightarrow E[X^2] = E[|X|^2] = E[A^2 + B^2] = E[A^2] + E[B^2] = 2\sigma^2$$

在無線通道中，若  $h=X$ ，則  $E[h^2]$  就是通道的**平均功率**。

如果接收訊號  $r = hs + w$ ，其中  $h$  是 Rayleigh channel gain， $s$  是 BPSK 的傳送訊號，且  $w$  是高斯雜訊。在已將通道做正規化的前提下，那麼接收功率即為傳送功率：

$$P_r = E[|hs|^2] = E[s^2]E[h^2] = 2\sigma^2 E[s^2] = E[s^2] = P_s$$



**END**